

## Планирование производственных мощностей высокотехнологичного предприятия на основе математической модели максимума Понтрягина

**Сазонов Андрей Александрович**

Канд. экон. наук, доцент, ORCID: 0000-0002-9177-9878, e-mail: Sazonovamati@yandex.ru

ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», 125993, Волоколамское шоссе, д. 4, г. Москва, Российская Федерация

### Аннотация

Рассмотрена методика планирования производственных мощностей высокотехнологичного предприятия на основе применения математической модели максимума Понтрягина. Представленная методика направлена на повышение показателей производительности установленного на предприятии оборудования с целью оптимизации временных затрат и объема производимой продукции. В исследовании проанализирована деятельность научно-производственного предприятия с целью повышения уровня эффективности управления производственными мощностями. Цель исследования заключается в организации эффективного процесса планирования производственных мощностей высокотехнологичного предприятия на основе применения математической модели максимума Понтрягина, которая позволяет существенным образом повышать не только показатели производительности оборудования, но и оптимизировать время, необходимое для выполнения текущей программы производства.

Предложенные в статье алгоритмы, модели и методы апробированы на научно-производственном предприятии, занимающемся производством наукоемкой продукции. Использование полученных моделей позволит оптимизировать пиковые нагрузки в действующей на предприятии программе производства, уменьшить показатели трудоемкости в годовом производственном плане, определить необходимое количество производственного оборудования, что в итоге снизит объем необходимых инвестиций. Приведен практический пример организации производства нового типа, направленного на изготовление деталей сложной формы.

**Ключевые слова:** высокотехнологичные предприятия, максимум Понтрягина, организация работы, планирование производства, производственные мощности, риски процесса планирования, стратегия развития, управление производственным процессом, экономико-математическое моделирование

**Для цитирования:** Сазонов А.А. Планирование производственных мощностей высокотехнологичного предприятия на основе математической модели максимума Понтрягина // Управление. 2020. Т. 8. № 4. С. 60–70. DOI: 10.26425/2309-3633-2020-8-4-60-70



Received: 15.09.09.2020

Revised: 20.10.10.2020

Accepted: 13.11.2020

# Planning of production capacities of a high-tech enterprise based on the mathematical model of the Pontryagin maximum

**Andrey A. Sazonov**

Cand. Sci (Econ.), Assoc. Prof., ORCID: 0000-0002-9177-9878, e-mail: Sazonovamati@yandex.ru

Moscow Aviation Institute (national research university), 4, Volokolamskoe sh., Moscow, 125993 Russia

---

## Abstract

---

The article considers the method of planning the production capacity of a high-tech enterprise based on the application of the Pontryagin maximum mathematical model. The presented method is aimed at increasing the productivity of the equipment installed at the enterprise, in order to optimize the time spent and the volume of products produced. The study analyses the activities of research and production enterprise in order to improve the level of efficiency of production capacity management. The purpose of the research is to organize an effective process of planning production capacities of a high-tech enterprise based on the application of the Pontryagin maximum mathematical model, which allows you significantly to increase not only equipment performance indicators, but also optimize the time required to complete the current production program.

The author tested the algorithms, models and methods proposed in the article at a research and production enterprise engaged in the production of high-tech products. The use of the obtained models will allow you to optimize peak loads in the current production program at the enterprise, reduce the labor intensity indicators in the annual production plan, determine the necessary amount of production equipment, which will eventually reduce the amount of necessary investments. The paper gives a practical example of the organization of a new type of production aimed at manufacturing various parts of complex shape.

---

**Keywords:** development strategy, economic and mathematical modeling, high-tech enterprises, work organization, Pontryagin maximum, process control, production capacity, production planning, planning process risks

---

**For citation:** Sazonov A.A. (2020). Planning of production capacities of a high-tech enterprise based on the mathematical model of the Pontryagin maximum. *Upravlenie*, 8 (4), pp. 60–70. DOI: 10.26425/2309-3633-2020-8-4-60-70

---



## Введение [Introduction]

Промышленные предприятия должны в полной мере соответствовать практически всем современным тенденциям, а значит им необходимо последовательное внедрение различных производственных и технологических инноваций, повышение показателей общей эффективности производственных процессов, освоение работниками предприятия производства и выпуска высокотехнологичных изделий, обладающих высоким уровнем конкурентоспособности. Для достижения обозначенных выше направлений необходимо грамотным образом провести процесс инвестирования в технологическую модернизацию оборудования. Необходимо учитывать, что финансовые ресурсы, которыми обладает предприятие в рамках проведения модернизации, ограничены, поэтому необходимо эффективным образом провести распределение инвестиций, определить необходимый перечень приобретаемого оборудования для выполнения сформированной программы производства.

В статье рассмотрены основные этапы процесса планирования производственных мощностей в рамках задачи расчета необходимого количества производственно-технологического оборудования для эффективного выполнения утвержденной менеджментом предприятия программы производства, составлены экономико-математические модели организации процесса управления производственными мощностями с учетом возможных конъюнктурных изменений [Романовская, Семенов, 2016]. Актуальность исследования обусловлена необходимостью оптимизации управления производственными мощностями предприятия с помощью разработки экономико-математических моделей, предназначенных для увеличения фактических объемов производства продукции, ликвидации «узких производственных мест», присутствующих в производственном процессе, что в итоге позволит повысить показатели производительности оборудования и оптимизировать временные затраты. Цель исследования – организация эффективного процесса планирования производственных мощностей высокотехнологичного предприятия на основе применения математической модели максимума Понтрягина, которая позволит существенным образом повысить не только показатели производительности оборудования, но и оптимизирует время выполнения текущей программы производства [Schättler, 2012].

Существенный вклад в исследование оптимизации процесса управления производственными мощностями предприятия внесли М.А. Батьковский, Е.В. Романовская, О.А. Кислицына, А.Е. Путятин,

Е.С. Чернышев, М.С. Шерман и др. Нами использованы различные общенаучные методы в сфере анализа, включая разнообразные группировки и классификации [Кислицына и др., 2017].

## Постановка задачи [Problem Setting]

Оптимизация процесса управления производственными мощностями рассматривается на примере организации производства деталей сложной формы (далее – ДСФ), которые входят в состав авиационных двигателей с установленным годовым производственным планом. План предусматривает возможность поэтапного выхода на оптимальную производственную программу, в рамках которой потребуются осуществить своевременную закупку нового оборудования, а также нанять на работу персонал.

Процесс планирования включает в себя следующие возможные риски [Батьковский, Кравчук, 2019].

*Риск первого вида.* Принимая во внимание степень возможного разнообразия номенклатуры и специфики ее производства, при определении возможно получение достаточно большого разнообразия необходимого промышленному предприятию оборудования, даже при условии, что мы принимаем минимальные требования технологии к виду оборудования. Оборудование, полученное при таком расчете, будет обладать низким коэффициентом загрузки, то есть оно будет загружено частично, следовательно, это будет отрицательным образом сказываться на общей эффективности инвестиционных вложений.

*Риск второго вида.* Рыночный спрос служит структурной основой формирования производственной программы предприятия, которая изменяется каждый год, однако с целью выполнения максимальной производственной программы нужно запланировать производственные мощности исходя из максимального плана. Это позволит, с одной стороны, в полном объеме выполнить все контрактные обязательства, но с другой – несет в себе риск возможного простоя оборудования, а также рост затрат с приобретением дополнительного оборудования в случае ориентации на максимальную годовую производственную программу. Эффективным решением этой задачи является усреднение производственных показателей по годам, однако это может привести к возможному срыву уже заключенных контрактов [Колосова и др., 2018].

*Риск третьего вида.* Принимая во внимание, что процесс реализации различных инвестиционных проектов ориентируется, как правило, на срок от 3-х до 4-х лет с учетом этапа инициации проекта, закупка всего необходимого предприятию оборудования происходит в один период, что влечет риск

простоя оборудования до момента максимальной производственной нагрузки.

### Этапы планирования [Planning stages]

Рассмотрим основные этапы процесса планирования производственных мощностей промышленного предприятия (рис. 1).

*Этап 1. Проведение оптимизации действующей производственной программы.* Происходит перенос определенной части годового плана на предыдущие годы, что позволит уменьшить пиковые показатели трудоемкости, а значит, и необходимого количества технологического оборудования. Процесс оптимизации управления затронет: технологии производства ДСФ, включая маршрутные карты, в которых указаны модель оборудования, трудоемкость производства. Ресурсной основой данного этапа служит модуль, выполняющий расчет производственных мощностей. Итогом проведенных в рамках этапа работ является оптимизированная производственная программа.

*Этап 2. Проведение прямого расчета количества необходимого оборудования.* Происходит вычисление произведения трудоемкости каждой производственно-технологической операции, приходящейся на каждую отдельную деталь на соответствующий производственный план, в котором указано необходимое количество таких деталей. Затем полученные значения складываются по каждой модели оборудования, которые заложены в структуре исследуемых технологических процессов. Процедура расчета выполняется с учетом временного фактора, связанного с необходимостью наладки/переналадки оборудования и времени возможного простоя оборудования в виду: технических, организационных и других видов работ [Batova, 2020].

*Этап 3. Оптимизация структурного состава производственного оборудования.* Выполняются работы по частичному перераспределению загрузки между производственным оборудованием со схожими технологическими характеристиками, идентичными или на оборудование с лучшими характеристиками. В рамках этапа задействуется первичный модуль оборудования с включением в него помодельных показателей загрузки, которые были успешно получены на предыдущем этапе. Итогом проведенных в рамках этапа работ являются оптимизированные перечни производственного оборудования для каждой производственной программы предприятия [Батьковский, Кравчук, 2019].

*Этап 4. Проведение подробного анализа составленного плана с целью определения возможности его выполнения.* Выполняется загрузка расчетного оборудования в специальный модуль Общероссийского

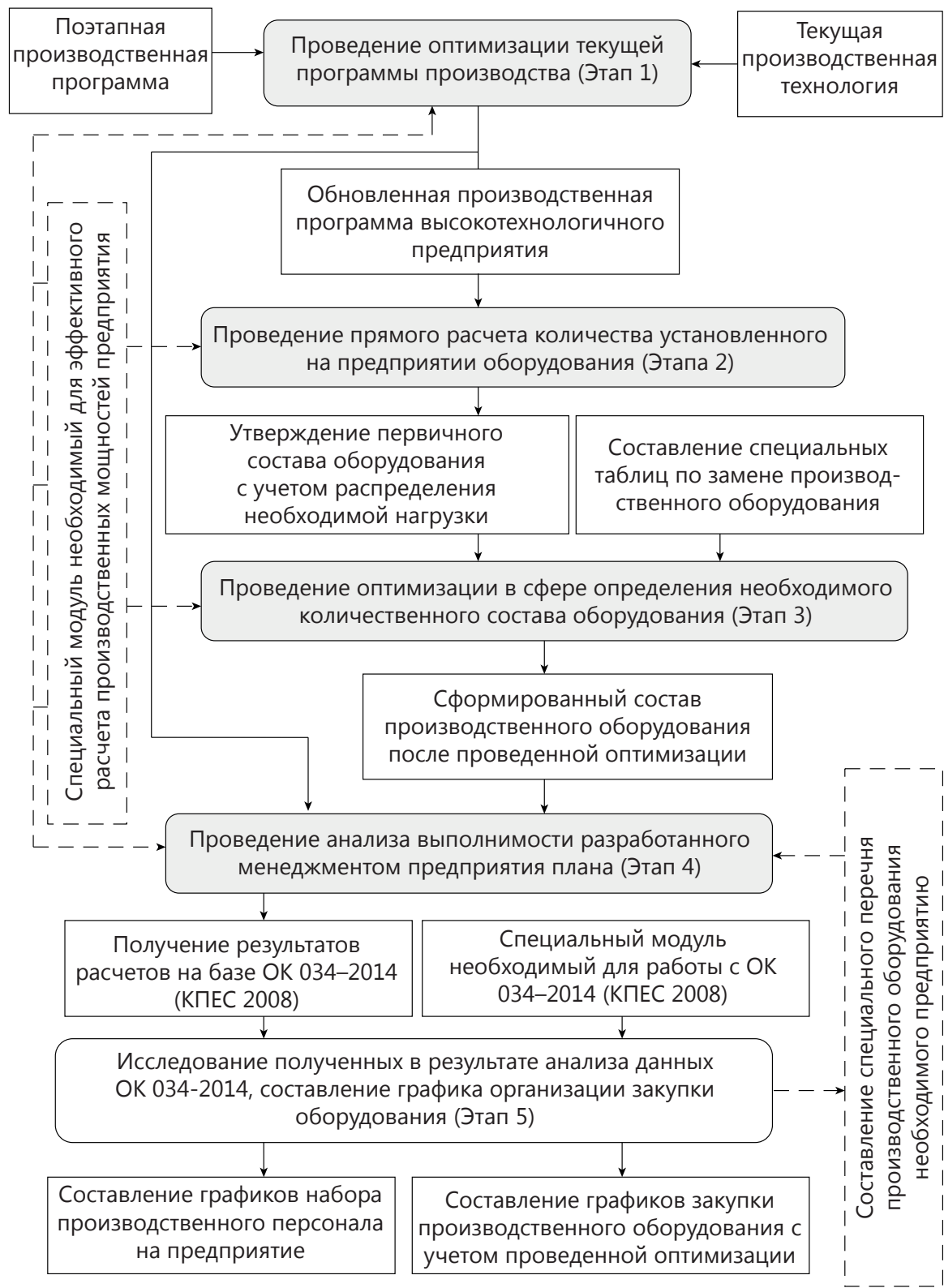
классификатора продукции по экономическим видам деятельности (далее – ОК) за счет системы календарного планирования, которая интегрирована с различными информационными системами предприятия, затем выполняется расчет календарного плана на основе запланированных производственных мощностях. Расчеты ведутся в отрыве от персонала предприятия. Данными для обработки служат: оптимизированный состав производственного оборудования (полученный на предыдущем этапе) и перечень необходимого предприятию дополнительного производственного оборудования [Сазонов и др., 2018].

*Этап 5. Проведение анализа полученных результатов ОК, формирование различных графиков, связанных с закупками оборудования и набор персонала.* Проведение анализа результатов работы модуля ОК, полученного на предыдущем этапе, с целью определения возможности выполнения плана, возможного наличия проблемных мест в структурном и количественном составе оборудования в рамках каждой производственной программы. При установлении проблемных мест в каком-либо оборудовании, специальный модуль позволит увеличить число необходимого оборудования, в границах количества производственного оборудования аналогичной модели.

### Математическая модель [Mathematical model]

Постановка задачи, связанной с оптимизацией процессов управления производственными мощностями, находящимися в распоряжении промышленного предприятия, заключается в непосредственном определении нужного объема выпуска продукции. В рассматриваемом случае мы считаем, что продукция с технологической точки зрения является идентичной. Ключевым условием оптимизации будет получение максимальной прибыли с учетом как технических, так и экономических видов ограничений [Путятин и др., 2017].

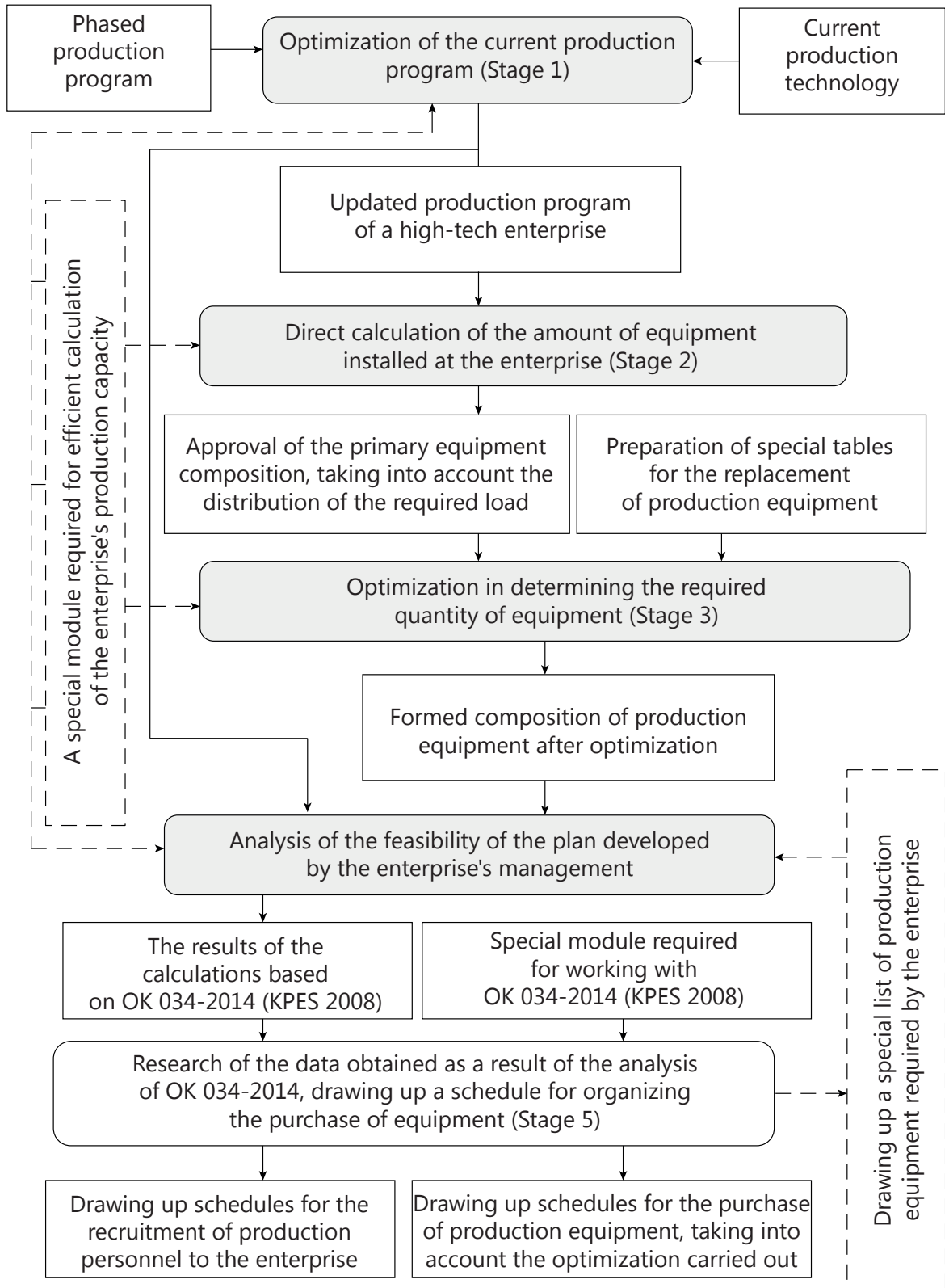
Пусть промышленное предприятие производит два вида продукции  $r, r=1, 2$ . Полную производственную мощность промышленного предприятия обозначим  $k, k=1$ . Предприятие использует специализированную и универсальную группы оборудования, следовательно совместная доля приходящихся на них производственных мощностей может быть обозначена как  $k_y^t$  (где  $y$  – доля используемого специального и универсального оборудования;  $t$  – время в течение которого используется оборудование). Тогда суммарную производственную мощность для изготовления продукции 1-го и 2-го вида можно представить в виде неравенства.



ОК – Общероссийский классификатор продукции по экономическим видам деятельности

Источник: [Ризванов и др., 2020]

Рис. 1. Содержание задачи оптимального расчета производственных мощностей



OK – All-Russian classifier of products by economic activities

Source: [Rizvanov et al., 2020]

Fig. 1. Content of the problem of optimal calculation of production capacity

Неравенство будет следующего вида:

$$k_1^t + k_2^t \leq 1, \quad (1)$$

где  $k_1^t, k_2^t$  – доля производственных мощностей предприятия, которая используется для изготовления продуктов/товаров 1-го и 2-го вида соответственно.

Параметр  $k_{i\max}$  – максимум производственных мощностей, находящихся в непосредственном распоряжении промышленного предприятия. Границы рассматриваемого периода обозначим через  $T$  и при условии, что производственная мощность предприятия равна единице ( $k=1$ ), получим следующую величину:  $k_{i\max} T_{\max}$ , где  $T_{\max}$  – максимальное число нормо-часов. Тогда  $T_{\max}$  будет соответствовать товару  $i$ , а значит, показатель  $k_i^t$  (где  $i$  – вид товара) можно считать константой.

Определим максимального возможный объем выпуска продукции на промышленном предприятии для товаров  $i$ -го вида:

$$N_{i\max} = k_{i\max} T / T_{0i}, \quad (2)$$

где  $T_{0i}$  – время, затрачиваемое на производство одной единицы продукции.

Скорость производства товаров прямо пропорциональна долям производственных мощностей предприятия и обратно пропорциональна календарной длительности производственно-технологического цикла:

$$\begin{cases} dv_{(1)}/dt = k_1^t; \\ dv_{(2)}/dt = k_2^t; \\ \text{при условии, что } t = 0, v_{(1)} = 0, v_{(2)} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $v_{(1)}, v_{(2)}$  – количество производимых промышленным предприятием товаров 1-го и 2-го вида за конкретный временной интервал;  $dv_{(1)}/dt, dv_{(2)}/dt$  – скорость производства товаров 1-го и 2-го вида соответственно.

Показатель интегральной дисконтируемой прибыли в рамках исследуемого временного периода  $t$  должен стремиться к своему максимальному значению. Рассчитаем прибыль, которую получает промышленное предприятие:

$$P_t = \sum_{i=1}^2 [Smg_{i(t)} - Ctg_{i(t)}], \quad (4)$$

где  $P_t$  – размер прибыли, которая была получена промышленным предприятием;  $Smg_{i(t)}$  – количество проданной продукции, произведенной промышленным предприятием;  $Ctg_{i(t)}$  – суммарный показатель, обозначающий себестоимость произведенных товаров.

Представим цену товара как заданную функцию времени, включив в нее показатель изменения инфляции. Тогда доход, получаемый промышленным предприятием к определенному времени, можно представить в виде:

$$Crg_{(t)} = \int_0^t \sum_{r=1}^2 \Phi_{r(t)} dv_{r(t)}, \quad (5)$$

где  $\Phi_{r(t)}$  – функция времени.

Если учесть уравнения, описывающие изменения объема выпуска товаров во времени, тогда доход от реализации товаров примет следующий вид:

$$Crg_{(t)} = \int_0^t \sum_{r=1}^2 \Phi_{r(t)} (k_r^t / T_r) dt. \quad (6)$$

Выполним разбиение на части общих постоянных затрат  $3_0$ , которые могут быть отнесены к различным видам производимой продукции. Общие постоянные затраты пропорциональны календарной продолжительности технологического процесса.

$$3_{0r} = 3_0 T_r / (T_1 + T_2), \quad r = 1, 2. \quad (7)$$

Сделаем предположение, что постоянные затраты будут меняться и зависеть к примеру, от повышения оплаты труда работников предприятия, согласно действию линейного закона, следовательно:

$$3_{0r}(t) = 3_{0r} T_r / (T_1 + T_2) \cdot t / T, \quad r = 1, 2. \quad (8)$$

Обозначим  $3_{nr}(t)$  изменения, которые происходят с долями переменных затрат с течением времени. Тогда показатель суммарной себестоимости производства продукции в момент времени  $t$  можно представить как:

$$C_{(t)} = \sum_{r=1}^2 \left[ 3_{0r}(t) + \int_0^t 3_{nr}(t) dv_{r(t)} \right] \quad (9)$$

или

$$C_{(t)} = \sum_{r=1}^2 \left[ 3_{0r}(t) + \int_0^t 3_{nr}(t) (k_r^t / T_r) dt \right]. \quad (10)$$

Следовательно, прибыль, которая зависит напрямую от организации процесса управления производственным мощностями предприятия  $k_r^t$ , определяется из формул (4), (10) как:

$$P_{(t)} = C_{(t)} = \int_0^t \sum_{r=1}^2 \Phi_{r(t)} (k_r^t / T_r) dt - \sum_{r=1}^2 \left[ 3_{0r}(t) + \int_0^t 3_{nr}(t) (k_r^t / T_r) dt \right]. \quad (11)$$

Критерием оптимального управления в данном случае выступает прибыль, которую получает предприятие от эффективной работы своих производственных мощностей. Ограничения, которые налагаются на процесс управления долями производственных мощностей предприятия, можно определить неравенством (1).

### Алгоритм решения задачи [Algorithm for solving the problem]

Рассмотрим алгоритм решения задачи организации оптимального управления производственными мощностями промышленного предприятия на основе принципа максимума Понтрягина. Введем новую переменную:

$$v_3(t) = P_{(t)}. \quad (12)$$

Составим дополнительное уравнение:

$$dv_3/dt = \sum_{r=1}^2 \Phi_r(t) (k_r^t/T_r) - \sum_{r=1}^2 \left[ dZ_{0r}(t)/dt + Z_{nr}(t) (k_r^t/T_r) \right]. \quad (13)$$

Исходные условия:  $t = 0$ ,  $v(0) = -\sum_{r=1}^2 Z_{0r}(0)$ . Огра-

ничения не налагаются на конечные значения производства продукции, следовательно критерий оптимальности будет:

$$\pi = v_3(t_k). \quad (14)$$

На основании соответствия принципу максимума вектор организации управления  $\bar{k} [k_1^t, k_2^t]$ , будет являться максимальным, а критерий сможет принимать свое максимальное значение на отрезке управления  $[0; t_k]$  при соблюдении условия, что функция Гамильтона  $H[\bar{\alpha}, \bar{N}]$  (где  $\bar{\alpha}$  – набор обобщающих импульсов описывающих данную систему;  $\bar{N}$  – полный набор обобщенных координат) на всем отрезке управления будет принимать только свое максимальное значение:

$$H = \sum_{r=1}^3 \psi_r f_r = \psi_1 k_1^t/T_1 + \psi_2 k_2^t/T_2 + \psi_3 \left\{ \sum_{r=1}^2 \Phi_r(t) k_r^t/T_r - \sum_{r=1}^2 \left[ dZ_{0r}(t)/dt + Z_{nr}(t) k_r^t/T_r \right] \right\}, \quad (15)$$

где  $f_r$  – правые части основного и дополнительного дифференциального уравнений;  $\psi_r$  – добавленные функции, которые удовлетворяют дифференциальным уравнениям.

Выполнив подстановку в  $Z_{0r}(t)$  выражения (8), получим:

$$\begin{cases} H = \sum_{r=1}^2 \left[ Z_{nr}(t) k_r^t/T_r + Z_{0r}T_r/((T_1 + T_2)T) \right] - \\ - \sum_{r=1}^2 \Phi_r(t) k_r^t/T_r = \beta_0 + \beta_1(t) k_1^t + \beta_2(t) k_2^t; \\ \beta_0 = Z_{0r}T_r/((T_1 + T_2)T); \\ \beta_r(t) = (Z_{nr}(t) - \Phi(t))/T_r, \quad r = 1, 2, \end{cases} \quad (16)$$

где  $\beta_i$  – константы (согласно уравнению Гамильтона-Якоби),  $i=0, 1, 2$ .

Если показатель  $\Phi_i(t) > Z_{nr}(t)$ , тогда  $\beta_r(t) < 0$  и функция Гамильтона принимает минимальное значение при  $\max|H|$ . Определим экстремум для  $H$ , если выполняется условие, при котором  $\bar{\alpha}$  в полной мере удовлетворяет следующему уравнению:

$$\varphi(k_1, k_2) = 0, \quad (17)$$

где  $\varphi$  – экстремум для функции Гамильтона.

Тогда условный экстремум для функции  $H$  будет соответствовать безусловному экстремуму Лагранжа  $L$ :

$$L = \beta_0 + \beta_1(t) k_1^t + \beta_2(t) k_2^t + \lambda \varphi(k_1, k_2), \quad (18)$$

где  $\lambda$  – множитель неопределенного вида.

Решив систему уравнений, получаем законы организации оптимального процесса управления производственными мощностями высокотехнологического предприятия:

$$\begin{cases} k_1^t = -(\beta_1(t) + \beta_2(t)b)/(2b_2(t)b_2); \\ k_2^t = \beta_0 + \beta_1 k_1^t + \beta_2 (k_1^t)^2, \end{cases} \quad (19)$$

где  $b$  – произвольная, отличная от нуля, постоянная величина,  $b_1, b_2$  – параметры технических условий в переменных модели Лагранжа.

Применение рассмотренных выше характеристик и изменение их с течением времени при организации производства и продажи отдельных видов продукции позволит качественным образом повысить показатели эффективности управления производственными мощностями высокотехнологического предприятия, принимая во внимание реальные изменения не только конъюнктурного, но и производственного характера [Сазонов и др., 2018].

### Пример организации производства [An example of the organization of production]

Рассмотрим практический пример организации нового производства, направленного на изготовление различных ДСФ, которые могут быть использованы в различных промышленных областях: аэрокосмонавтике, машиностроении, металлургии и т.д. Детали сложной формы являются составной частью авиационных двигателей, которые являются весьма



специфичной и довольно трудоемкой в изготовлении продукцией [Ризванов и др., 2020]. На основе данных представленных российской двигателестроительной компанией ПАО «ОДК-Сатурн» была составлена таблица 1, в которой приведен план продаж двигателей, содержащих в себе ДСФ. Процесс оптимизации управления производственными мощностями промышленного предприятия представляет собой процесс, который опережает изготовление части производственного плана как по одному, так и по нескольким направлениям с целью снижения пиковой нагрузки на оборудование по отдельным номенклатурным изделиям.

В таблице 2 приведен оптимизированный план, составленный на основе разработанной модели организации оптимального процесса управления производственными мощностями. Применение планирования производственных мощностей высокотехнологичного предприятия на основе использования математической модели максимума Понтрягина с последующим проведением расчетов необходимого технологического оборудования, для осуществления работ в сфере технологического проектирования производственного процесса, позволяет значительным образом снизить пиковые значения в производственной программе [Меркулова, 2015].

Таблица 1

План организации продаж авиационных двигателей содержащих детали сложной формы

Порядковый номер изделия	Марка изделия	Количество авиационных двигателей с учетом составленного плана						
		2019 г.	2020 г.	2021 г.	2022 г.	2023 г.	2024 г.	2025 г.
1.146-17	SaM146-1S17	-	3	2	-	-	-	6
2.146-17C	SaM146-1S17C	2	1	7	16	26	35	47
3.146-18	SaM146-1S18	5	3	-	-	52	50	70

Источник: [Ризванов и др., 2020]

Table 1. Plan for organizing sales of aircraft engines containing parts of complex shape

Serial number of the product	Product brand	Number of aircraft engines based on the plan						
		2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
1.146-17	SaM146-1S17	-	3	2	-	-	-	6
2.146-17C	SaM146-1S17C	2	1	7	16	26	35	47
3.146-18	SaM146-1S18	5	3	-	-	52	50	70

Source: [Rizvanov et al., 2020]

Таблица 2

Оптимизированный план производства двигателей с деталями сложной формы на основе законов организации оптимального управления производственными мощностями

Порядковый номер изделия	Марка изделия	Количество авиационных двигателей с учетом составленного плана													
		2019 г.	←	2020 г.	←	2021 г.	←	2022 г.	←	2023 г.	←	2024 г.	←	2025 г.	
1.146-17	SaM146-1S17	-	-	3	-	2	-	-	-	-	-	3	3	3	
2.146-17C	SaM146-1S17C	2	-	1	-	10	3	20	7	30	11	35	11	36	
3.146-18	SaM146-1S18	-	-	5	-	3	-	14	14	52	14	53	17	53	

«←» – перенос частей основной производственной программы промышленного предприятия на предыдущий период в связи с неэффективным использованием производственных мощностей, находящихся в распоряжении предприятия.

Составлено автором по материалам исследования

Table 2. Optimized production plan for engines with parts of complex shape based on the laws of organizing optimal production capacity management

Serial number of the product	Product brand	Number of aircraft engines based on the plan													
		2019	←	2020	←	2021	←	2022	←	2023	←	2024	←	2025	
1.146-17	SaM146-1S17	-	-	3	-	2	-	-	-	-	-	3	3	3	
2.146-17C	SaM146-1S17C	2	-	1	-	10	3	20	7	30	11	35	11	36	
3.146-18	SaM146-1S18	-	-	5	-	3	-	14	14	52	14	53	17	53	

"←" – transfer of parts of the main production program of an industrial enterprise to the previous period due to inefficient use of production capacity at the disposal of the enterprise.

Compiled by the author based on the materials of the study

### Заключение [Conclusion]

Таким образом, рассмотрена задача планирования производственных мощностей высокотехнологического предприятия на основе математической модели максимума Понтрягина. Определены основные виды рисков, которые возникают в процессе планирования такого вида. С целью снижения уровня инвестиционной нагрузки при планировании производственных мощностей высокотехнологического предприятия предложено применять специальный подход на основе многоагентных систем [Путятин и др., 2017]. Апробация предлагаемого

в статье подхода к планированию на базе высокотехнологического предприятия позволяет говорить об эффективности предлагаемых математических моделей и алгоритмов. Предлагается осуществить интеграцию программного обеспечения с разработанными в статье математическими моделями в многоагентную систему календарного планирования, что позволит повысить показатели точности организации работ в сфере планирования производственных мощностей, и оптимизирует уровень инвестиционных затрат, приходящихся на реализацию инновационных проектов.

### Список литературы

Батьковский М.А., Кравчук П.В. (2019). Согласование экономических стратегий предприятий, производящих инновационную продукцию // Московский экономический журнал. № 1. С. 298–304. DOI:10.24411/2413-046X-2019-11065.

Кислицына О.А., Шерман М.С., Ямолеев Р.Г. (2017). Управление производственной мощностью для достижения стратегических целей промышленного предприятия // Российское предпринимательство. Т. 18. № 11. С. 1715–1732. DOI:10.18334/рп.18.11.37844.

Колосова В.В., Сазонов А.А., Внучков Ю.А. (2018). Исследование основных компонентов инновационного потенциала предприятия машиностроения на современном этапе развития экономики России // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Экономика. № 3. С. 87–93. DOI: 10.18384/2310-6646-2018-3-87-93.

Путятин А.Е., Тарасова Н.В., Орлова О.В. (2017). Применение принципа максимума Понтрягина к задаче оптимального управления производственными мощностями предприятия // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Экономика. № 1. С. 78–82. DOI: 10.18384/2310-6646-2017-1-78-82.

Ризванов Д.А., Чернышев Е.С., Ризванов К.А. (2020). Планирование производственных мощностей предприятия

### References

Bat'kovskii M.A. and Kravchuk P.V. (2019), "Coordination of economic strategies of enterprises that produce innovative products", *Moscow journal*, no. 1, pp. 298–304. (In Russ.). DOI: 10.24411/2413-046X-2019-11065.

Batova, M., Baranova I. and Baranov V. (2020), "Mathematical model of high tech enterprise manufacturing subdivisions production plan optimization", *Journal of Physics: Conference Series*, 1564, 012024, 5 p. DOI: 10.1088/1742-6596/1564/1/012024.

Kislitsyna O.A., Sherman M.S. and Yamoleev R.G. (2017), "Managing production capacity to achieve the strategic goals of an industrial enterprise", *Russian Journal of Entrepreneurship*, vol. 18, no. 11, pp. 1715–1732. (In Russ.). DOI:10.18334/рп.18.11.37844.

Kolosova V.V., Sazonov A.A. and Vnuchkov Yu.A. (2018), "Research of the main components of the innovative potential of a machine-building enterprise at the present stage of development of the Russian economy", *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Economics*, no. 3, pp. 87–93. (In Russ.). DOI: 10.18384/2310-6646-2018-3-87-93.

Putyatin A.E., Tarasova N.V. and Orlova O.V. (2017), "Application of the Pontryagin maximum principle to the problem of optimal production capacity management", *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Economics*, no. 1, pp. 78–82. (In Russ.). DOI: 10.18384/2310-6646-2017-1-78-82.

с применением многоагентного подхода // Современные наукоемкие технологии. № 5. С. 91–95.

Романовская Е.В., Семенов С.В. (2016). Оптимизация процессов эффективного использования оборудования на промышленном предприятии // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. № 11-6. С. 1169–1172.

Сазонов А.А., Колосова В.В., Внучков Ю.А. (2018). Методы оценки и анализа экономической эффективности инновационной деятельности предприятия // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Экономика. № 2. С. 180–187. DOI: 10.18384/2310-6646-2018-2-180-187.

Batova, M., Baranova I. and Baranov V. (2020). Mathematical model of high tech enterprise manufacturing subdivisions production plan optimization // Journal of Physics: Conference Series. 1564. 012024. DOI: 10.1088/1742-6596/1564/1/012024.

Schättler H. and Ledzewicz U. (2012), “The Pontryagin Maximum Principle: From Necessary Conditions to the Construction of an Optimal Solution”, *Geometric Optimal Control. Interdisciplinary Applied Mathematics*, vol 38. Springer, New York, NY. DOI: 10.1007/978-1-4614-3834-2\_2

Rizvanov D.A., Cherny’shev E.C. and Rizvanov K.A. (2020), “Planning of production capacities of an enterprise using a multi-agent approach”, *Modern High Technologies*, no. 5, pp. 91–95. (In Russ.).

Romanovskaya E.V. and Semenov S.V. (2016), “Optimization of processes for efficient use of equipment at an industrial enterprise”, *International Journal of Applied and Fundamental Research*, no. 11–6, pp. 1169–1172. (In Russ.).

Sazonov A.A., Kolosova V.V. and Vnuchkov Yu.A. (2018), “Methods for evaluating and analyzing the economic efficiency of an enterprise’s innovation activity”, *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Economics*, no. 2, pp. 180–187. (In Russ.). DOI: 10.18384/2310-6646-2018-2-180-187.

Schättler H. and Ledzewicz U. (2012), “The Pontryagin Maximum Principle: From Necessary Conditions to the Construction of an Optimal Solution”, *Geometric Optimal Control. Interdisciplinary Applied Mathematics*, vol 38. Springer, New York, NY. DOI: 10.1007/978-1-4614-3834-2\_2.